

УДК 539.21

**РАСЧЕТ ПЛОТНОСТИ ТОКА И НАПРЯЖЕННОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ
ВНУТРИ ПРОВОДНИКА В УСЛОВИЯХ ЭЛЕКТРОПЛАСТИЧНОСТИ**

д-р техн. наук, проф. В.С. САВЕНКО, А.В. ГУНЕНКО, А.Г. СИЛИВОНЕЦ
(Мозырский государственный педагогический университет им. И.П. Шамякина)

Представлены результаты теоретических исследований электропластической деформации металлов. Рассмотрено влияние импульсного тока, длительностью 10^{-4} с и плотностью 10^3 А/мм², на возникающее собственное магнитное поле внутри деформируемого образца, с учетом вторичных пондеромоторных сил, для многоходовой прокатки магния после 35 технологических переходов. Показано, что скорость диффузии магнитного поля в металл будет зависеть от проводимости и частоты тока. С увеличением частоты следования импульсов тока, магнитное и электрическое поле смещается к поверхности образца, при этом напряженность магнитного поля растет с увеличением радиуса образца, а плотность тока – уменьшается.

Ключевые слова: электропластическая деформация, виброакустические колебания, пондеромоторные эффекты, импульсный ток.

Введение. Развитие физики конденсированного состояния и современного физического материаловедения в настоящее время связано с задачами создания высокоинтенсивных технологий для получения материалов с комплексом высоких физико-механических и служебных характеристик.

Решение этой задачи реализуется при электропластической деформации металлов в условиях возбуждения их электронной подсистемы высокоэнергетическими воздействиями с целью программированного управления деформационными процессами для получения модифицированных свойств материалов. Это открывает новый путь для управления пластической деформацией металлов нетрадиционными методами с помощью высокоэнергетических воздействий при реализации электропластической деформации за счет возникающих пондеромоторных факторов.

Результаты исследований и их обсуждение. Образцы магния деформировались на многоходовом прокатном стане на 35 технологических переходах. В зоне деформации на каждом переходе через материал нагруженный выше предела текучести пропускались короткие импульсы тока длительностью 10^{-4} с и плотностью $J_m = 10^3$ А/мм². В образце происходит возбуждение электронной подсистемы металла и реализуется электропластический эффект в виде осцилляций деформирующих усилий, без существенного теплового эффекта и тепловой дилатации (рисунок 1).

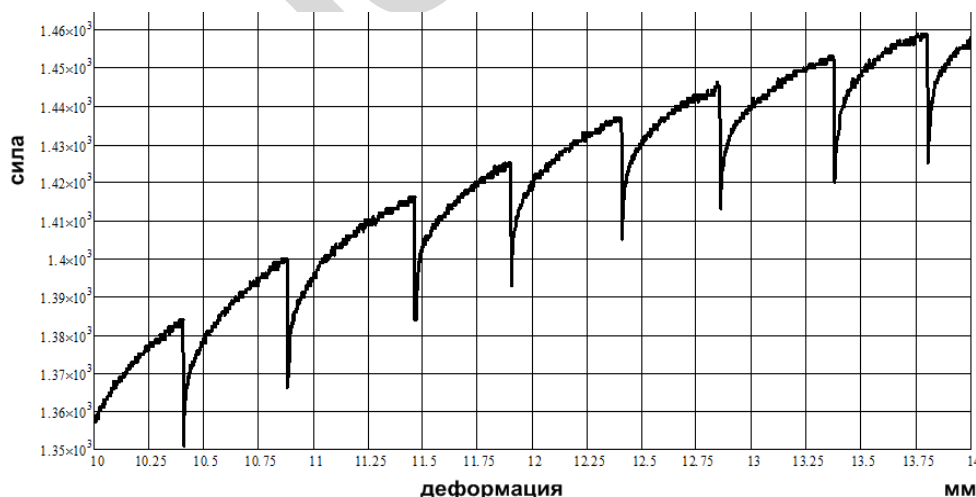


Рисунок 1. – Диаграмма осцилляций деформирующих усилий со скачками напряжений при действии импульсов тока в условиях активной деформации

Импульсный ток оказывает на деформируемый материал пондеромоторное действие, обусловленное периодическим сжатием образцов в радиальном направлении токового канала, собственным магнитным полем тока и возбуждением в образцах на фронте нарастания импульса, виброакустических упругих

ультразвуковых колебаний с частотой следования импульсов (рисунок 2). В [1–3] показано, что при одной и той же плотности тока электропластический эффект зависит от параметров образца: радиуса и электрического сопротивления.

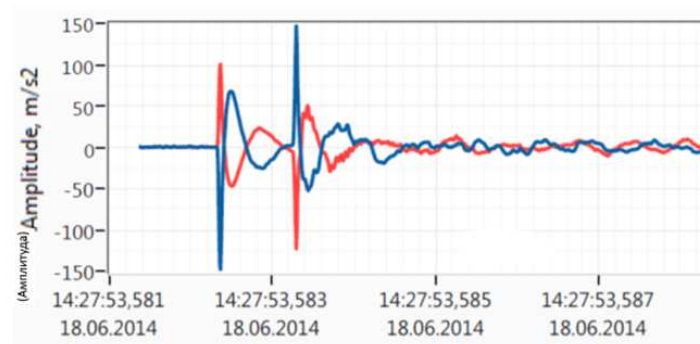


Рисунок 2. – Переходные процессы виброакустических упругих ультразвуковых колебаний от действий импульсов тока при деформации близкой к разрушению

Пондеромоторное пинч-действие импульсного тока обуславливает появление собственного магнитного поля в виде силовых кольцевых линий напряженности вокруг электронной плазмы движущихся зарядов, смещая их к оси образца в поперечном направлении под действием поля Холла, что приводит к перераспределению напряженности магнитного поля \mathbf{H} в приповерхностных слоях металла.

Возникновение скин-эффекта обуславливается действием высокочастотного тока, который индуцирует вихревые токи в проводнике, которые препятствуют равномерному распределению плотности тока по поперечному сечению проводника, при этом, плотность тока на оси оказывается меньше, чем у его поверхности.

Таким образом, для технологических расчетов реализации электропластической деформации при различных способах обработки металлов давлением необходимо учитывать физические условия создания пондеромоторных эффектов для динамического пинч- и скин-эффектов в упругой пластической деформации металлов с участием собственного магнитного поля тока.

Положим, что постоянное электрическое поле в проводнике существует только при наличии тока, которое поддерживается внешним источником электродвижущей силы. Из закона Фарадея – источником электродвижущей силы является изменяющийся магнитный поток, порождающий вихревое электрическое поле с возникновением индукционных токов Фуко, которые экранируют переменное магнитное поле от проникновения вглубь проводника [4–6].

Электромагнитное поле для неподвижных тел и сред описывается системой уравнений Максвелла, уравнениями связи и законом Ома. Так как ток изменяется по гармоническому закону, следовательно, с учетом $i = \int j dS$, величины j , E , D , B , H также изменяются гармонически.

Воспользуемся символическим методом расчета.

Пусть \vec{E} – изображение $\vec{E}, \vec{D} - \vec{D}, \vec{H} - \vec{H}, \vec{B} - \vec{B}$. Операцию дифференцирования по времени заменим умножением на $i\omega$, где i – мнимая единица. Умножим изменение магнитной индукции, которое порождает вихревое электрическое поле, на проводимость σ , учитывая закон Ома $\vec{j} = \sigma \vec{E}$, будем иметь следующее выражение:

$$\text{rot } \vec{j} = i\omega \sigma \mu_0 \vec{H}. \quad (1)$$

Следовательно, циркуляция магнитного поля, с учетом уравнения связи $\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$ и закона Ома, примет вид

$$\text{rot } \vec{H} = \sigma \vec{E} + i\omega \epsilon \epsilon_0 \vec{E}. \quad (2)$$

Учитывая, что $\omega \epsilon \epsilon_0 \ll \sigma$, то вторым слагаемым в правой части уравнения (2) можно пренебречь, тогда получим

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j}. \quad (3)$$

Возьмем операцию rot от обеих частей уравнения (1) и учтем (3), при этом известно, что $\text{rot}(\text{rot } \vec{H}) = \text{grad}(\text{div } \vec{H}) - \nabla^2 \vec{H}$, имеем

$$\text{grad}(\text{div } \vec{j}) - \nabla^2 \vec{j} = i\omega\sigma\mu_0 \vec{j}. \quad (4)$$

Возьмем операцию дивергенции от обеих частей выражения (3), из теории поля имеем $\text{div}(\text{rot } \vec{H}) = 0$, тогда $\text{div } \vec{j} = 0$, в таком случае (4) примет вид

$$\nabla^2 \vec{j} = i\omega\sigma\mu_0 \vec{j}. \quad (5)$$

Оператор набла ∇ в цилиндрических координатах

$$\nabla^2 = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right); \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2}; \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right), \quad (6)$$

здесь плотность тока \vec{j} не зависит от α и z и направлена вдоль оси цилиндра. Получаем следующее выражение:

$$\frac{d^2 j}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dj}{dr} = i\omega\sigma\mu_0 j. \quad (7)$$

Введем переменную k , с учетом $k^2 = -i\omega\sigma\mu_0$, тогда (7) представим как

$$\frac{d^2 j}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dj}{dr} + k^2 j = 0, \text{ или } \frac{d^2 j}{d(kr)^2} + \frac{1}{kr} \frac{dj}{d(kr)} + j = 0. \quad (8)$$

Исходя из сказанного выше решение уравнения (8) запишем в виде

$$j = A j_0(kr) + B N_0(kr), \quad (9)$$

где $j_0(kr)$ – функция Бесселя нулевого порядка первого рода;

$N_0(qr)$ – функция Бесселя нулевого порядка второго рода.

Функция Бесселя нулевого порядка второго рода $N_0(qr)$ при $qr = 0$ обращается в бесконечность, тогда принимаем $B = 0$.

Из уравнения (1) выразим \vec{H} , учитывая, что $\text{rot } \vec{j} = [\nabla, \vec{j}]$, получим

$$\vec{H} = \frac{1}{k^2} \text{rot } \vec{j} = \vec{a}_0 \left(-\frac{1}{k^2} \frac{d\vec{j}}{dr} \right) = \vec{a}_0 \left(-\frac{1}{k^2} \frac{d}{dr} (A j_0(kr)) \right),$$

$$\vec{H} = \vec{a}_0 \left(-\frac{A}{k^2} \frac{d(j_0(kr))}{dr} \frac{d(kr)}{dr} \right), \quad (10)$$

где \vec{a}_0 – единичный орт оси $O\alpha$;

$$\frac{d(j_0(kr))}{dr} = -J_1(kr), \quad (11)$$

где $J_1(kr)$ – функция Бесселя первого порядка первого рода.

$$\vec{H} = \vec{a}_0 \frac{A}{k} J_1(kr). \quad (12)$$

Определим \vec{H} из закона полного тока $\oint \vec{H} d\vec{l} = \int \vec{j} d\vec{S} + \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{D} d\vec{S}$ на поверхности образца, учитывая, что $r = R$, и приравняв его к значению \vec{H} , полученному из соотношения (12), найдем величину A :

$$\frac{I}{2\pi R} = \frac{A}{k} J_1(kR), \quad (13)$$

$$A = \frac{kI}{2\pi R J_1(kR)}. \quad (14)$$

$$\vec{j} = \frac{I}{z_0} \frac{J_0(kr)kI}{2\pi R J_1(kR)} \vec{j}, \quad (15)$$

где \vec{z}_0 – единичный орт оси Oz,

$$\vec{H} = \vec{z}_0 \frac{J_1(kr)I}{2\pi R J_1(kR)}. \quad (16)$$

Рассчитаем напряженность магнитного поля и плотность тока внутри образца с учетом возникающих вторичных пондеромоторных сил в условиях внешних энергетических воздействий для электропластической деформации многоходовой прокатки магния для конечных геометрических параметров после 35 переходов.

Плотность тока и напряженность магнитного поля при частоте 600 Гц. Примем во внимание, что:

$\sigma = 22,7 \cdot 10^3 \frac{\text{См}}{\text{мм}}$ – удельная проводимость магния;

$\mu = 1,257 \cdot 10^{-9} \frac{\text{Гн}}{\text{мм}}$ – магнитная постоянная;

$s = 4 \text{ мм}^2$ – площадь поперечного сечения проводника;

$R = 0,5 \text{ мм}$ – радиус сечения проводника.

Силовые параметры электропластической деформации составляют:

$j = 10^3 \frac{\text{А}}{\text{мм}^2}$ – плотность тока;

$\tau \sim 10^{-4} \text{ с}$ – длительность импульсов тока;

$\nu = 600 \text{ Гц}$ – частота следования импульсов.

Рассчитаем вклад пондеромоторных факторов, возникающих при электропластической деформации магния, нагруженного выше предела текучести, в условиях электропластичности, для плотности тока и напряженности собственного магнитного поля от частоты следования импульсов тока и радиуса образца в соответствии с единичным обжатием на технологическом переходе при многоходовой прокатке.

Введем коэффициент $k = \sqrt{\omega \sigma \mu}$. Для значения

$$\omega = 2\pi \cdot 600 = 3769,91 \frac{\text{Рад}}{\text{с}},$$

коэффициент k будет равен

$$k = \sqrt{\omega \sigma \mu} = 0,328 \text{ мм}^{-1}.$$

Если на поверхности образца величина $R\sqrt{\omega \sigma \mu} = 0,164$, тогда функция Бесселя первого рода первого порядка примет значение $J_1(kR) = 0,082$.

В таблице 1 и на рисунках 3, 4 предложены расчеты и графические представления значений плотности тока и напряженности собственного магнитного поля с частотами следования импульсов тока 600 Гц для технологических переходов многоходовой прокатки магния в диапазоне радиусов 0,125–2,0 мм.

Таблица 1. – Плотность тока и напряженность собственного магнитного поля при частоте следования импульсов тока в 600 Гц

$J_1(k_1R)$	0,081719444				
k_1 при 600 Гц	0,327979068				
Радиус, r [мм]	0	0,125	0,25	0,375	0,5
Функция Бесселя нулевого порядка первого рода	1	0,999579851	0,99831992	0,99622181	0,993288152
Функция Бесселя первого порядка первого рода	0	0,020494385	0,04096294	0,06137987	0,081719444
Плотность тока, J [А/мм ²]	1277,529244	1276,992487	1275,38289	1272,70249	1268,954659
Напряженность магнитного поля, H [А/мм]	0	79,82880329	159,556989	239,084082	318,3098862

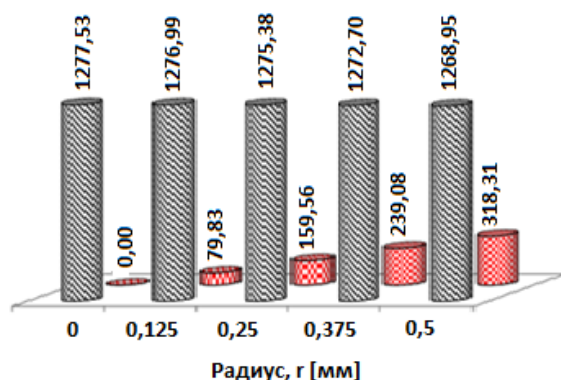


Рисунок 3. – Напряженность магнитного поля и плотности тока от радиуса образца магния с частотой следования импульсов 600 Гц

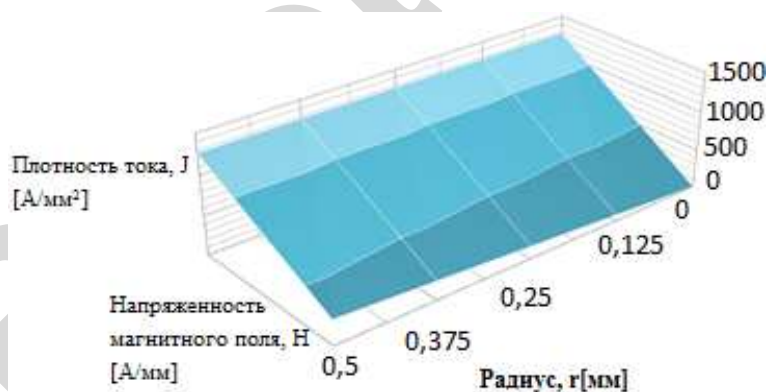


Рисунок 4. – Изменение напряженности магнитного поля и плотности тока от радиуса образца магния с частотой следования импульсов 600 Гц

Плотность тока и напряженность магнитного поля при частоте 800 Гц. Учитывая данные из предыдущего расчета, положим:

$$\omega = 2\pi \cdot 800 = 5026,548 \frac{\text{Рад}}{\text{с}},$$

$$k = \sqrt{\omega \sigma \mu} = 0,379 \text{ мм}^{-1}.$$

На поверхности проводника $R\sqrt{\omega \sigma \mu} = 0,758$, тогда функция Бесселя первого рода первого порядка примет значение $J_1(kR) = 0,352$.

В таблице 2 и на рисунках 5, 6 предложены расчеты и графические представления значений плотности тока и напряженности собственного магнитного поля с частотами следования импульсов тока 800 Гц для технологических переходов многоходовой прокатке магния в диапазоне радиусов 0,125–2,0 мм.

Таблица 2. – Плотность тока и напряженность собственного магнитного поля при частоте следования импульсов тока в 800 Гц

$J_1(k_2R)$	0,352199958				
k_2 при 800 Гц	0,378717606				
Радиус, r [мм]	0	0,5	1	1,5	2
Функция Бесселя нулевого порядка первого рода	1	0,991055882	0,96446339	0,92093501	0,861634574
Функция Бесселя первого порядка первого рода	0	0,094255673	0,18598413	0,27273346	0,352199958
Плотность тока, J [А/мм ²]	85,56897548	84,80363627	82,5281443	78,8034649	73,7291875
Напряженность магнитного поля, H [А/мм]	0	21,2965049	42,0220015	61,6224927	79,57747155

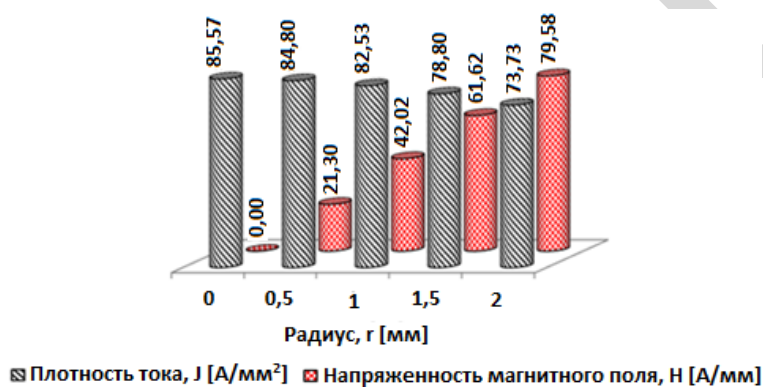


Рисунок 5. – Напряженность магнитного поля и плотности тока от радиуса образца магния с частотой следования импульсов 800 Гц

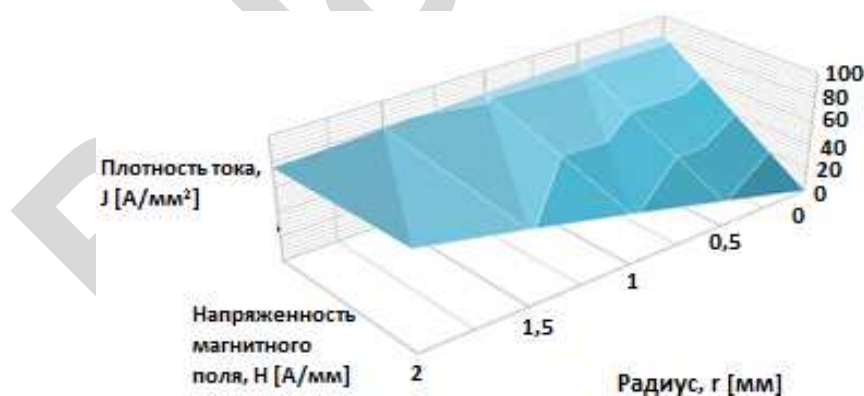


Рисунок 6. – Изменение напряженности магнитного поля и плотности тока от радиуса образца магния с частотой следования импульсов 800 Гц

Из рисунков 3–6 видно, что напряженность магнитного поля и плотность тока в образце магния, нагруженного выше предела текучести, зависит от его радиуса на соответствующем технологическом переходе, при этом напряженность магнитного поля увеличивается, а плотность тока – уменьшается. С увеличением частоты следования импульсов магнитное и электрическое поле перемещаются к стенке образца.

Основные результаты. Для технологических процессов электропластической деформации при многоходовой прокатке металлов важно рассматривать физические условия создания пондеромоторных факторов для конкретных технически важных материалов, с целью определения оптимальных значений

пинч- и скин-эффектов при одинаковых параметрах импульсного тока. Импульсный ток, длительностью 10^{-4} с и плотностью $J_m = 10^3$ А/мм², пропущенный через металл, нагруженный выше предела текучести, реализует явление электропластичности. Возникающие деформационные напряжения в образце за счет ponderomotive факторов обуславливают виброакустические колебания кристаллической решетки в различных направлениях. Скорость диффузии магнитного поля в металл будет зависеть от проводимости и частоты тока. С увеличением частоты следования импульсов тока магнитное и электрическое поля смещаются к поверхности образца, при этом напряженность магнитного поля растет с увеличением радиуса образца, а плотность тока – уменьшается.

ЛИТЕРАТУРА

1. Савенко, В.С. Фундаментальные и прикладные исследования электропластической деформации металлов / В.С. Савенко, О.А. Троицкий. – Минск : ИВЦ Минфина, 2013. – 375 с.
2. Рощупкин, А.М. О влиянии электрического тока и магнитного поля на взаимодействие дислокаций с точечными дефектами в металлах / А.М. Рощупкин, И.Л. Батаронов // Физика твердого тела. – 1988. – Т. 30, № 11. – С. 3311.
3. Molotskii, M. Magnetic effects in electroplasticity of metals / M. Molotskii, V. Fleurov // Physical Review. – 1991. – Vol. 52, № 22. – P. 311–317.
4. Баранов, Ю.В. Физические основы электроимпульсной и электропластической обработок и новые материалы / Ю.В. Баранов [и др.]. – М. : МГИУ, 2001. – 844 с.
5. Савенко, В.С. Механическое двойникование и электропластичность металлов в условиях внешних энергетических воздействий : моногр. / В.С. Савенко. – 2-е изд. доп. и перераб. – Минск : БГАФК, 2003. – 203 с.
6. Savenko, V.S. Electroplastic effect under the simultaneous superposition and magnetic fields / V.S. Savenko // Journal of applied physics, 1999. – № 5. – P. 1–4.

Поступила 27.02.2017

THE CALCULATION OF THE CURRENT DENSITY AND MAGNETIC FIELD INSIDE THE CONDUCTOR IN TERMS OF ELECTROELASTICITY

V. SAVENKO, A. GURENKO, A. SILIVONETS

In article results of theoretical researches of electroplastic deformation of metals are provided. Influence of a pulse current, lasting 10^{-4} pages and density of 10^3 And/mm² on originating own magnetic field in a deformable sample, taking into account secondary ponderomotive forces, for multiple-pass rolling of magnesium after 35 technological transitions is considered. It is shown that the speed of diffusion of a magnetic field in metal, will depend on conductivity and the frequency of current. With increase in frequency of following of pulses of current, the magnetic and electric field displaces to a sample surface, at the same time magnetic field strength grows with increase in radius of a sample, and the current density – decreases.

Keywords: electroplastic deformation, vibroacoustic vibrations, ponderomotive effects, pulse current.